150) Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(X \& 56 \neq 0) \rightarrow ((X \& 48 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

Решение:

1) Упростим внешний вид записи выражения:

$$(X \& 56 \neq 0) \rightarrow ((X \& 48 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0)) = 1$$

Введем обозначения:

$P = (X \& 56 = 0)$, $Q = (X \& 48 = 0)$, $A = (X \& A = 0)$

Получим, $\bar{P} \rightarrow (Q \rightarrow \bar{A}) = 1$

2) Упростим логическое выражение, избавляясь от отрицаний:

$P + \bar{Q} + \bar{A} = 1$

$\overline{(\bar{Q} + \bar{A})} \rightarrow P = 1$

$(Q \cdot A) \rightarrow P = 1$ (1)

3) Выражение (1) означает, что набора $1 \rightarrow 0$ быть не может, значит набор битов $(Q \cdot A)$ будет соответствовать набору P.

4) Запишем двоичные представления всех заданных чисел:
P = 56 = 111000_2 Q = 48 = 110000_2,

Набор единичных значений битов до импликации должен соответствовать набору единичных битов после, т.е. встретиться хотя бы раз (для поиска min)

Q	5, 4	нулевые биты
A	**3**	**этот бит должен быть ненулевым: 2^3 = 8**
P	5, 4, 3	нулевые биты

Ответ: 8