155) Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число A, такое что выражение

$$(X \& A \neq 0) \to ((X \& 56 = 0) \ \to \ (X \& 20 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

Решение:

1) Упростим внешний вид записи выражения:

$$(X \& A \neq 0) \to ((X \& 56 = 0) \ \to \ (X \& 20 \neq 0)) = 1$$

Введем обозначения:

$A = (X \& A = 0),\ \ P = (X \& 56 = 0),\ \ Q = (X \& 20 = 0)$

Получим, $\bar{A} \to (P \to \bar{Q}) = 1$

2) Упростим логическое выражение, избавляясь от отрицаний:

$\mathrm{A} + \bar{P} + \bar{Q} = 1$

$\mathrm{A} + \overline{P \cdot Q} = 1$

$(P \cdot Q) \to A = 1$ (1)

3) Выражение (1) означает, что набора $1 \to 0$ быть не может, значит набор битов $(P \cdot Q)$ будет соответствовать набору A.

4) Запишем двоичные представления всех заданных чисел:
P = 56 Q = 20

Переведем методом разности:

	степень		
56		20	
-32	5	-16	4
24		4	
-16	4	-4	2
8		0	
-8	3		
0			

Набор единичных значений битов до импликации должен соответствовать набору единичных битов после, т.е. встретиться по 1 разу (для получения max).

P	5, 4, 3	нулевые биты
Q	4,2	нулевые биты
A	5, 4, 3, 2	этот бит должен быть ненулевым: $\mathbf{2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 = 32 + 16 + 8 + 4 = 60}$

Ответ: 60