

18. Демоверсия ЕГЭ 2017

18 Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула
 $x \& 51 = 0 \vee (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$
 тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение:

1) Найдем, для какого **наименьшего неотрицательного целого числа A** формула истинна.

$$x \& 51 = 0 \vee (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0) = 1$$

$$P \quad Q \quad \bar{A}$$

Упростим внешний вид записи выражения:

$$P \vee (Q \rightarrow \bar{A}) = 1$$

2) Упростим логическое выражение, избавляясь от отрицаний:

$$P + (\bar{Q} + \bar{A}) = 1$$

$$P + (\bar{Q} \cdot \bar{A}) = 1$$

$$(Q \cdot A) \rightarrow P = 1$$

Вывод: в A должны быть единичные биты, которые есть в P , которых нет в Q . Т.е. полный набор единичных битов до импликации должен соответствовать полному набору единичных битов после импликации, т.е. встретиться хотя бы раз (для поиска \min).

3) Запишем единичные биты заданных чисел:

$$P = 51 \quad Q = 41$$

Переведем методом разности:

		степень	
51		41	
-32	5	-32	5
19		9	
-16	4	-8	3
3		1	
-2	1	-1	0
1		0	
-1	0		
0			

Q 5, 3, 0 нулевые биты

A **4, 1** этот бит должен быть ненулевым: $2^4 + 2^1 = 16 + 2 = 18$

P 5, 4, 1, 0 нулевые биты

Ответ: 18