232) (**Д.В. Богданов**) Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула

(¬ДЕЛ(x, 5940) ∧ ДЕЛ(x, A) ∧ ДЕЛ(x, 6300)) → (ДЕЛ(x, 5940) ∨ ¬ДЕЛ(x, A))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:

1 Упростим внешний вид записи:

(¬ДЕЛ(x, 5940) ∧ ДЕЛ(x, A) ∧ ДЕЛ(x, 6300)) → (ДЕЛ(x, 5940) ∨ ¬ДЕЛ(x, A)) = 1

$$\overline{(5940} \cdot A \cdot 6300) \rightarrow (5940 + \bar{A}) = 1$$

2 Упростим, используя законы логики, избавляясь от отрицаний:

$$5940 + \bar{A} + \overline{6300} + 5940 + \bar{A} = 1$$

$$\overline{6300} + \bar{A} + 5940 = 1$$

$$(A \cdot 6300) \rightarrow 5940 = 1$$

6300	2
	5
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

5940	2
	5
594	2
297	3
99	3
33	3
11	11
1	

Нужно найти такое минимальное А, чтобы для выражения выполнялось условие:

$$(A \cdot 6300)\ mod\ 5940 = 0$$

3 **Найдем x:**

$$x = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 7$$

Наберем делитель А из данного набора, с условием, что x должен обязательно делится и на 5940, и на 6300.

Пусть $A = 3 \cdot 11 = 33$

НОК(6300; 33) = $2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

Проверим, выполняется ли необходимое условие: $(33 \cdot 6300)\ mod\ 5940 = 0$

(делится ли оно нацело на 5940).

информатика23.рф

$$\frac{\cancel{2\cdot5\cdot2}\cdot\cancel{3\cdot3}\cdot5\cdot7\cdot\cancel{11}}{5\cdot7}\quad \frac{\cancel{2\cdot5\cdot2}\cdot\cancel{3\cdot3}\cdot3\cdot\cancel{11}}{}$$

<>0

Условие не выполняется, значит, A должно быть кратно $3\cdot3\cdot3$ = 27

Итак, $A = 3\cdot11\cdot3\cdot3$ = 297.

Ответ: 297.

информатика23.рф