

234) Определите **наименьшее** натуральное число A , при котором выражение

$$(x \& A = 0) \wedge (x \& 58 \neq 0) \wedge (x \& 22 = 0)$$

тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:

1) Упростим внешний вид записи выражения:

$$(x \& A = 0) \wedge (x \& 58 \neq 0) \wedge (x \& 22 = 0) = 0$$

Введем обозначения: A \bar{P} Q

Получим, $A \wedge \bar{P} \wedge Q = 0$

2) Преобразуем выражение, чтобы оно стало истинным. Упростим логическое выражение, избавляясь от отрицаний:

$$\overline{A \wedge \bar{P} \wedge Q} = 1$$

$$\bar{A} + P + \bar{Q} = 1$$

$$\overline{\bar{A} + \bar{Q}} \rightarrow P = 1$$

$$(A \cdot Q) \rightarrow P = 1$$

Выражение означает, что набора $1 \rightarrow 0$ быть не может, значит набор битов $(A \cdot Q)$ будет соответствовать набору P , т.е. встретится хотя бы раз в A (для поиска $\min A$).

4) Запишем единичные биты заданных чисел:

$P = 58$	$Q = 22$		
$\begin{array}{r} 58 \\ -32 \\ \hline 26 \\ -16 \\ \hline 10 \\ -8 \\ \hline 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 22 \\ -16 \\ \hline 6 \\ -4 \\ \hline 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 1 \end{array}$

Набор единичных значений битов до импликации должен соответствовать набору единичных битов после, т.е. встретится хотя бы раз (для поиска \min).

A **5, 3** этот бит должен быть ненулевым: $2^5 + 2^3 = 32 + 8 = 40$

Q 4, 2, 1 нулевые биты

P 5, 4, 3, 1 нулевые биты

Ответ: 40