206) (**С.С. Поляков, Саратов**) Определите **количество** натуральных чисел A таких, что выражение

$$((x \,\&\, 7 \neq 0) \to ((x \,\&\, A \neq 0) \to (x \,\&\, 54 \neq 0))) \to ((x \,\&\, 27 = 0) \wedge (x \,\&\, A \neq 0) \wedge (x \,\&\, 7 \neq 0))$$

тождественно **ложно** (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение:

1) Введем обозначения: P = (x & 7 = 0), A = (x & A = 0), Q = (x & 54 = 0), L = (x & 27 = 0)

2) Получим:

$$(\bar{P} \to (\bar{A} \to \bar{Q})) \to (L \cdot \bar{A} \cdot \bar{P}) = 0$$

3) Преобразуем выражение к тождественно истинному, избавимся от отрицаний, используя законы де Моргана, двойного отрицания, правило замены импликации:

$$\overline{(\bar{P} \to (\bar{A} \to \bar{Q})) \to (L \cdot \bar{A} \cdot \bar{P})} = \bar{0}$$

$$\overline{\overline{(\bar{P} \to (\bar{A} \to \bar{Q}))} + (L \cdot \bar{A} \cdot \bar{P})} = 1$$

$$(P + \bar{Q} + A) \cdot (\bar{L} + A + P) = 1$$

$$(Q \to (P + A)) \cdot ((L \to (A + P)) = 1$$

Используя свойство импликации $A \to (B + C) = (A \to B) + (A \to C)$ и обратно подставив числа, получим:

$(Q \to (P + A)) = 1$

Q (54)	5, 4, 2, 1	нулевые биты
A	5, **4**, 2, **1**	эти биты могут/должны быть ненулевыми
P (7)	Не влияет на решение	

$(L \to (A + P)) = 1$

L (27)	4, 3, 1, 0	нулевые биты
A	**4**, 3, **1**, 0	эти биты могут/должны быть ненулевыми
P (7)	Не влияет на решение	

Выражения объединены конъюнкцией, выберем те биты, которые обязательно должны быть ненулевыми (т.е. те, которые одинаковы в обоих наборах А): 4 и 1.

Итак, определим **количество** натуральных чисел A: 2 (2^1), 16 (2^4), 18 ($2^1 + 2^4$).

Ответ: 3.